

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi/2} \text{sen}^8 x \, dx &= \frac{7}{8} \int_0^{\pi/2} \text{sen}^6 x \, dx \\ &= \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{6} \int_0^{\pi/2} \text{sen}^4 x \, dx \\ &= \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \int_0^{\pi/2} \text{sen}^2 x \, dx \\ &= \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} 1 \, dx \\ &= \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{35}{256} \pi \end{aligned}$$

La fórmula general para $\int_0^{\pi/2} \text{sen}^n x \, dx$ puede encontrarse de una manera análoga (fórmula 113 en la parte posterior del libro).

Revisión de conceptos

- La fórmula de integración por partes dice que $\int u \, dv = \dots$.
- Para aplicar esta fórmula a $\int x \text{sen} x \, dx$, se hace $u = \dots$ y $dv = \dots$.
- Al aplicar la fórmula de integración por partes se obtiene el valor \dots para $\int_0^{\pi/2} x \text{sen} x \, dx$.
- Una fórmula que expresa $\int f^n(x) g(x) \, dx$ en términos de $\int f^k(x) g(x) \, dx$, donde $k < n$, se denomina fórmula de \dots .

Conjunto de problemas 7.2

En los problemas del 1 al 36 utilice la integración por partes para evaluar cada integral.

- | | |
|---|---|
| 1. $\int x e^x \, dx$ | 2. $\int x e^{3x} \, dx$ |
| 3. $\int t e^{5t+\pi} \, dt$ | 4. $\int (t+7) e^{2t+3} \, dt$ |
| 5. $\int x \cos x \, dx$ | 6. $\int x \text{sen} 2x \, dx$ |
| 7. $\int (t-3) \cos(t-3) \, dt$ | 8. $\int (x-\pi) \text{sen} x \, dx$ |
| 9. $\int t \sqrt{t+1} \, dt$ | 10. $\int t \sqrt[3]{2t+7} \, dt$ |
| 11. $\int \ln 3x \, dx$ | 12. $\int \ln(7x^5) \, dx$ |
| 13. $\int \arctan x \, dx$ | 14. $\int \arctan 5x \, dx$ |
| 15. $\int \frac{\ln x}{x^2} \, dx$ | 16. $\int_2^3 \frac{\ln 2x^5}{x^2} \, dx$ |
| 17. $\int_1^e \sqrt{t} \ln t \, dt$ | 18. $\int_1^5 \sqrt{2x} \ln x^3 \, dx$ |
| 19. $\int z^3 \ln z \, dz$ | 20. $\int t \arctan t \, dt$ |
| 21. $\int \arctan(1/t) \, dt$ | 22. $\int t^5 \ln(t^7) \, dt$ |
| 23. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} x \csc^2 x \, dx$ | 24. $\int_{\pi/6}^{\pi/4} x \sec^2 x \, dx$ |

- | | |
|---|---|
| 25. $\int x^5 \sqrt{x^3+4} \, dx$ | 26. $\int x^{13} \sqrt{x^7+1} \, dx$ |
| 27. $\int \frac{t^7}{(7-3t^4)^{3/2}} \, dt$ | 28. $\int x^3 \sqrt{4-x^2} \, dx$ |
| 29. $\int \frac{z^7}{(4-z^4)^2} \, dz$ | 30. $\int x \cosh x \, dx$ |
| 31. $\int x \sinh x \, dx$ | 32. $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \, dx$ |
| 33. $\int x(3x+10)^{49} \, dx$ | 34. $\int_0^1 t(t-1)^{12} \, dt$ |
| 35. $\int x 2^x \, dx$ | 36. $\int z a^z \, dz$ |

En los problemas del 37 al 48 aplique dos veces la integración por partes para evaluar cada integral (véanse los ejemplos 5 y 6).

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| 37. $\int x^2 e^x \, dx$ | 38. $\int x^5 e^{x^2} \, dx$ |
| 39. $\int \ln^2 z \, dz$ | 40. $\int \ln^2 x^{20} \, dx$ |
| 41. $\int e^t \cos t \, dt$ | 42. $\int e^{at} \text{sen} t \, dt$ |
| 43. $\int x^2 \cos x \, dx$ | 44. $\int r^2 \text{sen} r \, dr$ |
| 45. $\int \text{sen}(\ln x) \, dx$ | 46. $\int \cos(\ln x) \, dx$ |
| 47. $\int (\ln x)^3 \, dx$ | Sugerencia: use el problema 39. |